

Kvadrātvienādojumi un kvadrātfunkcija

Teorija											
Kvadrātvienādojumus ir vienādojums, kurā ir mainīgais kvadrātā, piemēram: $x^2 - 3x - 18 = 0 \quad x^2 - 3x = 0 \quad x^2 = 16 \quad 2x^2 + 22 = 0 \quad -3x - 18 = x^2$											
Kvadrātvienādojuma atrisināšanai izmanto formulas no formulu lapas Kvadrātvienādojums $ax^2 + bx + c = 0 \quad D = b^2 - 4ac$ $x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ Piemēra atrisināšanas paraugs $x^2 - 3x - 18 = 0$ $a = 1; b = -3; c = -18$ Koeficienti! a ir koeficients pie x^2 b ir koeficients pie x c ir skaitlis bez mainīgā (burta) $D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-18) = 9 + 72 = 81$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{81}}{2 \cdot 1} = \frac{3 \pm 9}{2}$ $x_1 = \frac{3 + 9}{2} = \frac{12}{2} = 6$ $x_2 = \frac{3 - 9}{2} = \frac{-6}{2} = -3$											
Kvadrātvienādojuma sakņu skaits ir atkarīgs no diskriminanta (D) vērtības $ax^2 + bx + c = 0$ <table> <tr> <td>① Ja $D > 0$, tad</td><td>② Ja $D = 0$, tad</td><td>③ Ja $D < 0$, tad</td></tr> <tr> <td>$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$</td><td>$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$</td><td>$\emptyset$</td></tr> <tr> <td>Vienādojumam ir divas <u>dažādas</u> saknes</td><td>Vienādojumam ir divas <u>vienādas</u> saknes</td><td>Vienādojumam <u>nav</u> reālu sakņu</td></tr> </table>			① Ja $D > 0$, tad	② Ja $D = 0$, tad	③ Ja $D < 0$, tad	$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$	$\emptyset$	Vienādojumam ir divas <u>dažādas</u> saknes	Vienādojumam ir divas <u>vienādas</u> saknes	Vienādojumam <u>nav</u> reālu sakņu
① Ja $D > 0$, tad	② Ja $D = 0$, tad	③ Ja $D < 0$, tad									
$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$	$\emptyset$									
Vienādojumam ir divas <u>dažādas</u> saknes	Vienādojumam ir divas <u>vienādas</u> saknes	Vienādojumam <u>nav</u> reālu sakņu									

Lai pārbaudītu, **vai dotais skaitlis ir kvadrātvienādojuma sakne**, doto skaitli ievieto kvadrātvienādojuma x vietā un veic aprēķinus.

Ja iegūst **pareizu** vienādību, dotais skaitlis **ir** kvadrātvienādojuma **sakne**.

Ja iegūst **nepareizu** vienādību, dotais skaitlis **nav** kvadrātvienādojuma **sakne**.

Piemērs: Pārbaudi vai skaitlis 2 ir vienādojuma $x^2 - 7x + 12 = 0$ sakne!

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$2^2 - 7 \cdot 2 + 12 = 0$$

$$4 - 14 + 12 = 0$$

$$-10 + 12 = 0$$

$$-2 = 0$$

Secinājums: 2 **nav** kvadrātvienādojuma sakne, jo iegūta nepareiza vienādība (-2 nav vienāds ar 0)

Piemērs: Pārbaudi vai skaitlis 3 ir vienādojuma $x^2 - 7x + 12 = 0$ sakne!

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$3^2 - 7 \cdot 3 + 12 = 0$$

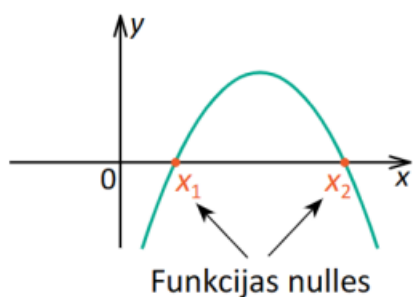
$$9 - 21 + 12 = 0$$

$$-12 + 12 = 0$$

$$0 = 0$$

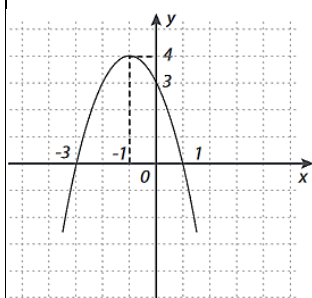
Secinājums: 3 **ir** kvadrātvienādojuma sakne, jo iegūta pareiza vienādība (0 ir vienāda ar 0)

Kvadrātfunkcijas nulles ir kvadrātfunkcijas grafika krustpunktu ar x asi x koordinātas



Funkcijas nulles ir x_1 un x_2

Piemērs:

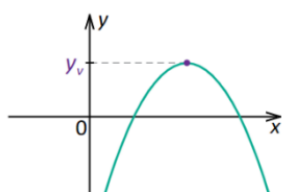


Dotās kvadrātfunkcijas funkcijas nulles ir -3 un 1 , jo $x_1 = -3$ un $x_2 = 1$

Lai noteiktu kvadrātfunkcijas **minimālo vai maksimālo** funkcijas vērtību, atrod grafika (parabolas) virsotnes punktu un uzraksta šī punkta y koordināti.

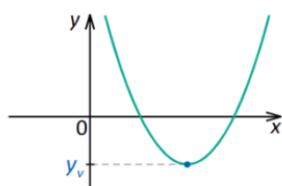
FUNKCIJAS LIELĀKĀ UN MAZĀKĀ VĒRTĪBA

Kvadrātfunkcijai ir vislielākā vērtība, ja tās grafika zari ir vērsti uz leju.



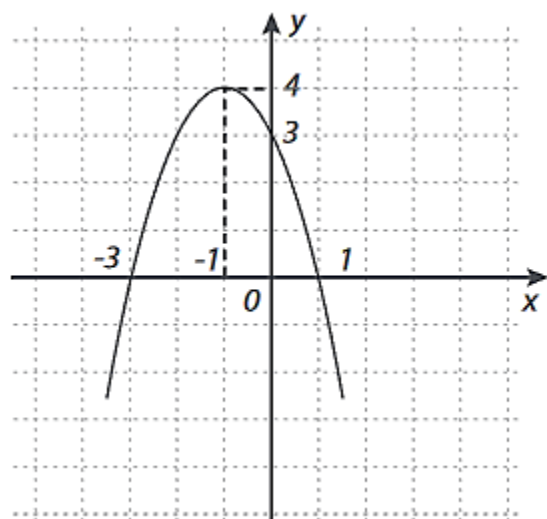
Vislielākā vērtība ir y_v .

Kvadrātfunkcijai ir vismazākā vērtība, ja tās grafika zari ir vērsti uz augšu.



Vismazākā vērtība ir y_v .

Piemērs:



Funkcijas maksimālā vērtība ir 4, jo virsotnes punkta y koordināta ir 4

Uzdevumu veidi

Noteikt, vai vienādojums ir kvadrātvienādojums

Pārbaudīt, vai dotas skaitlis ir kvadrātvienādojuma sakne (atrisinājums)

Nosaukt kvadrātvienādojuma koeficientus (a , b , c)

Atrisināt kvadrātvienādojumu

Noteikt kvadrātfunkcijas nulles, izmantojot grafiku

Noteikt kvadrātfunkcijas maksimālo vai minimālo funkcijas vērtību

Uzdevumu paraugi

9. uzdevums (3 punkti)

Atrisini vienādojumu $2x^2 - 5x - 3 = 0$.

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25 + 24 = 49$$

$$x_1 = \frac{-(-5) + \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{5 + 7}{4} = 3$$

$$x_2 = \frac{-(-5) - \sqrt{49}}{2 \cdot 2} = \frac{5 - 7}{4} = -\frac{1}{2}$$

8. uzdevums (1 punkts)

Tabulā doti apgalvojumi par diskriminantu D (salīdzinājums ar 0) un secinājumi par kvadrātvienādojuma sakņu skaitu. Atzīmē (ar X) katram apgalvojumam atbilstošo secinājumu.

Secinājums Apgalvojums	Kvadrātvienādojumam nav sakņu	Kvadrātvienādojumam ir vienu sakni	Kvadrātvienādojumam ir divas (dažādas) saknes
$D > 0$			X
$D < 0$	X		
$D = 0$		X	

14. uzdevums (2 punkti)

Dots kvadrātfunkcijas $y = -x^2 - x + 2$ grafiks (1. attēls).

14.1. (1 punkts) Izmantojot grafiku, nosaki funkcijas nulles.

Atbilde:

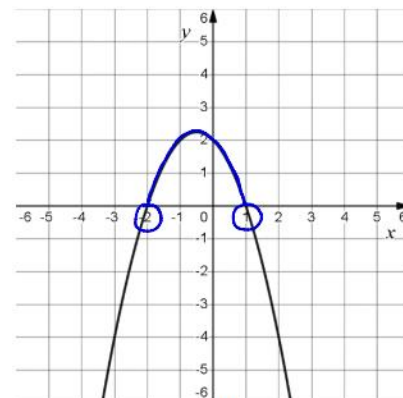
$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 1$$

14.2. (1 punkts) Izmantojot grafiku, nosaki nevienādības $-x^2 - x + 2 > 0$ atrisinājumu.

Atbilde:

$$x \in (-2; 1)$$



1. attēls

Kvadrātvienādojuma atrisināšanas paraugs

$$5x^2 - 16x + 3 = 0$$

Koeficienti: $a = 5$, $b = -16$, $c = 3$.

$$D = b^2 - 4ac = (-16)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 3 = 256 - 60 = 196$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{16 + \sqrt{196}}{2 \cdot 5} = \frac{16 + 14}{10} = 3$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{16 - \sqrt{196}}{2 \cdot 5} = \frac{16 - 14}{10} = 0,2$$

Atbilde. $x_1 = 3$, $x_2 = 0,2$.

Uzrakstīt kvadrātvienādojuma koeficientus!

a) $11x^2 - 4x + 5 = 0$

$a = 11$

$b = -4$

$c = 5$

b) $3y^2 = y - 7$

$3y^2 - y + 7 = 0$

$a = 3$

$b = -1$

$c = 7$

Uzdevumi treniņam

Pasvīturo kvadrātvienādojumus!

a) $2x^2 + 5x - 8 = 0$

c) $4x = 3x^2$

e) $2 + 3x = x^2$

g) $\frac{x^2}{2} + 1 = 0$

b) $7x + 3 - 2x = 0$

d) $2x^3 - 5x = 0$

f) $100 = x^2 - 1$

h) $4 - 8x = 3x + 10$

Aizpildi tabulu!

	$ax^2 + bx + c = 0$	a	b	c
a)	$3x^2 + 2x - 8 = 0$			
b)	$x^2 - 4x + 1 = 0$			
c)	$5x - 2x^2 = 0$			
d)	$x^2 - 25 = 0$			

a) Vienādojuma $x^2 - 6x = 0$ saknes ir

(A) 0; 6

(B) $-\sqrt{6}; \sqrt{6}$

(C) -6; 6

b) Vienādojuma $(x + 4)(x + 9) = 0$ saknes ir

(A) 4; 9

(B) -9; -4

(C) -9; 4

Uzraksti kvadrātvienādojuma koeficientus!

$3x^2 - 5x + 1 = 0$

$4y^2 + y - 3 = 0$

$x^2 - x - 4,5 = 0$

$z + 2z^2 + 7 = 0$

$-8 + 2x - x^2 = 0$

$y^2 - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}y = 0$

$x^2 + 15 = 0$

$7x - 3x^2 = 0$

$6,3x^2 = 0$

$14 = x^2 + 12x$

Atrisini kvadrātvienādojumus!

$x^2 + 2x - 80 = 0$

$16x^2 - 14x + 3 = 0$

$-2x^2 + 4x - 2 = 0$

$25y^2 - 100 = 0$

$a^2 - 3a = 0$

$3x^2 - 27x = 0$

$x^2 - 10x + 24 = 0$

$2x^2 + 3x = 9$

$3x^2 + 5x - 2 = 0$

Nosaki kvadrātfunkcijas nulls, izmantojot grafiku
Nosaki mazāko (minimālo) vai lielāko (maksimālo) funkcijas vērtību

