

Kombinatorika, varbūtība

Teorija kombinatorikai

Aprēķina iespējamo kombināciju skaitu, izmantojot reizināšanas likumu vai veidojot shēmas (grafus, koka diagrammas)

Visu iespējamo kombināciju skaitu var iegūt veidojot shematiskus attēlus.

Reizināšanas likums: Ja elementu A var izvēlēties k veidos un pēc tam otru elementu B var izvēlēties m dažādos veidos, tad elementu pāri A un B var izvēlēties $k \cdot m$ veidos.

Teorija varbūtības aprēķināšanai

Varbūtību aprēķina pēc formulas (ir formulu lapā) $P = \frac{m}{n}$

m - labvēlīgo rezultātu skaits

n - visu vienādi iespējamo rezultātu skaits

Uzdevumu veidi

Aprēķināt kombināciju skaitu

Aprēķināt gadījuma iestāšanās varbūtību

Uzdevumi ar atrisinājumiem

27. uzdevums (3 punkti)

Dotas četras kartītes ar cipariem 2, 5, 7 un 8 (9. attēls). Izvēloties uz labu laimi divas no kartītēm, tiek veidoti divciparu skaitļi (pirmā izvilktā kartīte rāda desmitu skaitu, otrā – vienu skaitu).



9. attēls

27.1. (1 punkts) Nosaki, cik dažādu divciparu skaitļu var izveidot.

tik veidos var izvēlēties 1. ciparu

$4 \cdot 3 = 12$

tik veidos var izvēlēties 2. ciparu

27.2. (2 punkti) Aprēķini varbūtību, ka, nejauši izvēloties divas kartītes, izveidotais skaitlis ir lielāks nekā 75.

Visi iespējamie skaitļi:

25	52	72	82
27	57	75	85
28	58	78	87

$P(>75) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

šie ir lielāki nekā 75

Kafejnīcā „Zupas” ir 15 veidu pamatēdiena zupas un 6 veidu saldās zupas. Cik ir iespēju iegādāties **vienu zupu** no visiem piedāvājumiem?

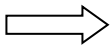
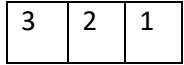
$15 + 6 = \underline{21}$

Atbilde: vienu zupu var izvēlēties no 21 iespējas

Cik dažādu trīsciparu skaitļu var izveidot no cipariem 4,5 un 6, ja neviens no cipariem neatkārtojas

Izmanto reizināšanas likumu vai izveido visas kombinācijas.

Pavisam ir trīs cipari. Pirmo ciparu var izvēlēties no trim cipariem, otro-no diviem cipariem, trešo- no trīs cipariem

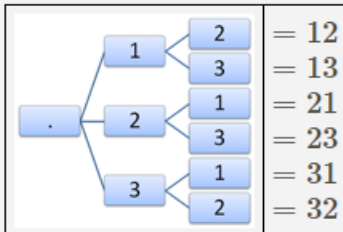


$$3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

Atbilde: Var izveidot sešus dažādus trīscipara skaitļus

Cik dažādus divciparu skaitļus var izveidot no cipariem 1, 2 un 3, ja katru izmanto tieši vienu reizi.

Izveido koka diagrammu:



Atbilde: var iegūt 6 dažādus skaitļus.

Met spēļu kauliņu, kam ir sešas vienādas skaldnes, no kurām tieši viena ir zaļā krāsā. Cik liela ir varbūtība, ka uzkrītīs skaldne zaļā krāsā.

$m = 1$ - labvēlīgo rezultātu skaits (zaļā krāsā ir 1 skaldne)

$n = 6$ - visu vienādi iespējamo rezultātu skaits (pavisam ir 6 skaldnes)

$$P = \frac{m}{n} = \frac{1}{6}$$

Atbilde: Varbūtība, ka uzkrītīs skaldne zaļā krāsā ir $\frac{1}{6}$

Uzdevumi treniņam

Grozā bija 5 baltas un 3 melnas bumbiņas. Varbūtība izvilkt no groza melnu bumbiņu ir:

3

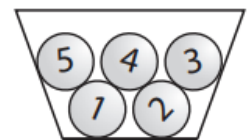
$\frac{3}{8}$

$\frac{3}{5}$

$\frac{5}{8}$

Zanei skapī ir zila, sarkana un balta cepure un divas šalles: zila un sarkana. Attēlo visas iespējas, kā Zane var izvēlēties šalli un cepuri! (Iespējas vari attēlot vai nu shematiski, vai zīmējot, vai rakstot.)

Grozā ir 5 sanumurētas bumbiņas (to numuri ir no 1 līdz 5). Kārlim uz labu laimi no groza vienlaikus jāizņem divas bumbiņas.



a) Uzraksti visus iespējamus bumbiņu pārus, kurus Kārlis varētu izņemt!

b) Aprēķini varbūtību, ka viena no izņemtajām būs bumbiņa ar numuru 1!

Met spēju kauliņu, kuram ir sešas vienādas skaldnes, no kurām tieši viena ir zaļā krāsā. Cik liela ir varbūtība, ka uzkritīs skaldne zaļā krāsā?

Cik dažādu divciparu skaitļu var uzrakstīt ar cipariem 6 un 4 (cipari drīkst atkārtoties)?

Kate vienu reizi metīs spēju kauliņu.
Kāda ir varbūtība, ka uzkritīs skaitlis 6?



Andris vēlas nopirkt saldējumu. Tirdzniecības centrā pārdod vafeļu konusus banānu, zemeņu, šokolādes, kameļu un vaniļas saldējumu. Pēc pircēja izvēles vafeļu konusā ieliek divas saldējuma bumbiņas (tās var būt viena vai dažāda veida).



- Uzraksti vienu iespējamo saldējuma izvēli, pērkot vafeļu konusu ar divām bumbiņām.
- Aprēķini, cik dažādu saldējumu konusu ar divām bumbiņām šajā tirdzniecības centrā var nopirkt. Bumbiņu izvietojumam vafeļu konusā nav nozīmes.
- Cik liela varbūtība, ka Andris nopirks vafeļu konusu ar zemeņu un banānu saldējuma bumbiņām, ja saldējuma bumbiņas vafeļu konusā tiek ieliktas uz labu laimi?

Zēnam kabatā ir piecas dažādas eiro centu monētas: 1, 2, 5, 10 un 20. Nejauši divas monētas izkrita no kabatas.

- Uzraksti visus iespējamus divu izkritušo monētu pārus (secība nav svarīga).
- Nosaki varbūtību gadījumam, ka no kabatas izkrita 5 un 10 centu monētas.
- Aprēķini varbūtību gadījumam, ka no kabatas izkritušo monētu kopējā vērtība ir lielāka nekā 12 centi.

Cik dažādus divciparu skaitļus var izveidot ar cipariem 1; 5; 9, ja cipari skaitlī neatkārtojas?

Uz 20 kartiņām uzrakstīti skaitļi no 1 līdz 20 (uz katras kartiņas viens skaitlis). Kāda ir varbūtība, ka, uz labu laimi izvēloties vienu kartiņu, uz tās būs uzrakstīts skaitlis no 1 līdz 7 (ieskaitot)?

Devītajā klasē mācās 20 skolēni. Aija tabulā apkopoja, kādā gadalaikā katrs skolēns ir dzimis.

Gadalaiks	ziema	pavasaris	vasara	rudens
Absolūtais biežums (skaits)	4	7	5	4

- Cik dažādos veidos var izvēlēties divus skolēnus, lai vienam dzimšanas diena ir pavasarī un otram vasarā?
- Nosaki varbūtību, ka nejauši izvēlēta skolēna dzimšanas diena ir rudenī.

Uz bumbiņām uzrakstīti skaitļi, kā redzams zīmējumā.



Cik liela varbūtība, ka uz labu laimi paņemtas bumbiņas skaitlis dalīsies ar trīs?

Grāmatu plauktā atrodas 6 dažādi vēsturiskie romāni, 7 dažādi piedzīvojumu romāni, 3 dažādi detektīvromāni un 4 dažādi autobiogrāfiskie romāni.

2.1. Cik dažādu komplektu no divām grāmatām var izveidot, izvēloties vienu detektīvromānu un vienu autobiogrāfisko romānu?

2.2. Aprēķini, cik liela ir varbūtība, ka, paņemot no plaukta uz labu laimi vienu grāmatu, tas ir piedzīvojumu romāns.

2.3. Cik dažādu komplektu no divām grāmatām var izveidot, izvēloties jebkurus divus romānus?

Uz spēju kuba vienas skaldnes uzrakstīts burts A. Cik liela varbūtība, ka, metot spēju kubu, uzkritīs burts A?

Cik dažādu divciparu skaitļu var uzrakstīt ar cipariem 5 un 6 (cipari drīkst atkārtoties)?

Piekaramās atslēgas kodu veido četrus ciparus no 0 līdz 9 kombinācija. Cipari kodā neatkārtojas. Ints ir nolēmis izveidot kodu, kura pirmais cipars ir 1, bet otrais cipars ir 2. Aprēķini, cik dažādu kodu Ints var izveidot.

a) Cik veidos var izvēlēties gada mēnesi, kurā doties atvaļinājumā?

(A) 1 (B) 7 (C) 12 (D) 24

b) Cik veidos var izvēlēties no penāļa vienu pildspalvu, ja tajā ir 6 zilās un 2 sarkanās pildspalvas?

(A) 5 (B) 8 (C) 2 (D) 4

c) Deju kolektīvā ir 10 meitenes un 8 zēni. Cik veidos var izvēlēties vienu meiteni un vienu zēnu solo priekšnesumam?

(A) 10 (B) 18 (C) 8 (D) 80

d) Restorāna piedāvājumā ir 3 zupas, 4 otrie ēdieni un 2 saldie ēdieni. Cik dažādos veidos restorāna apmeklētājs var izvēlēties sev pusdienas, kurās būtu zupa, otrais ēdiens un salda ēdiens?

(A) 24 (B) 12 (C) 8 (D) 9

e) Kāda ir varbūtība uzminēt, kurā mēnesī jaunajam paziņam ir dzimšanas diena?

(A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{1}{11}$

f) Klasē mācās 10 meitenes un 14 zēni. Kāda ir varbūtība, ka šodien dežurants būs zēns?

(A) $\frac{5}{7}$ (B) $\frac{7}{5}$ (C) $\frac{7}{12}$ (D) $\frac{5}{12}$

g) Traukā ir 5 zaļas, 8 zilās un 3 melnās bumbiņas. No trauka uz labu laimi izņēma vienu bumbiņu. Kāda ir varbūtība, ka tā ir melna?

(A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{3}{8}$ (C) $\frac{3}{13}$ (D) $\frac{3}{16}$

Maijai skapī ir sarkana un balta blūze un trīs svārki: melni, brūni un zili. Attēlo shematiski (zīmējot vai rakstot visas iespējas), cik dažādos veidos Maija var izvēlēties blūzi un svārkus!

Loterijā A no 800 biļetēm 5 ir ar laimestu, bet loterijā B ar laimestu ir 4 no 650 biļetēm. Kurā loterijā ir izdevīgāk piedalīties? Atbildi pamato!